

## Artisoc による BA (Barabasi-Albert) モデルコミュニティ抽出

末 木 俊 之\*

### BA (Barabasi-Albert) Model Community Extraction with Artisoc

Toshiyuki SUEKI\*

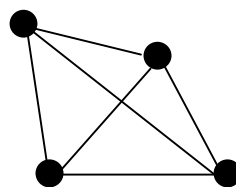
キーワード：優先的選択、モジュラリティ (modularity) ランダムネットワーク、スケールフリーネットワーク

#### 1. BA モデルのコミュニティ抽出

2011年度研究紀要<sup>(1)</sup>では、artisoc textbook<sup>(2)</sup>を使用し Girvan-Newman コミュニティ抽出シミュレーションを作成した。そして MAS コミュニティ (http://mas.kke.co.jp/index.php)<sup>(3)</sup>からダウンロードした『Barabasi-Albert モデル』artisoc シミュレーションを使い人工的に生成したノード数500個のネットワークのコミュニティ抽出を実行した。結果として各ノードに対してコミュニティ ID (同一コミュニティに属するノードには同じ番号を付与する)、媒介中心性指数が計算され、CSV ファイルとして書き出した。そしてその CSV ファイルを2010年度研究紀要<sup>(4)</sup>にて作成した全ノードを円内に配置して表示する別のシミュレーションに読み込ませ表示させた。全ノードが26個のコミュニティに分割され、リンクの交錯が少ないすっきりとした表示となった。

ただしそのネットワークは BA モデル (Barabasi-Albert モデル) としては最も基本的なものであった。BA モデルは次数分布 (ノ

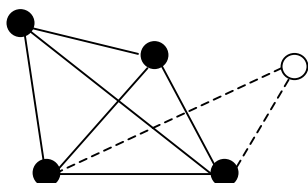
ドのリンク数の分布) がべき分布を示すスケールフリーネットワークを人工的に生成する。初期状態として核となる頂点数  $m_0$  の完全グラフを用意し、新規ノードを次々にグラフに追加してネットワークを生成する。新規追加ノードは既存ノードとつながり、リンク先ノードは優先的選択で選択する。優先的選択とは人気があるノード (次数の高いノード) が選択される確率が高い選択方法である。BA モデルについては「よくわかる複雑ネットワーク」<sup>(5)</sup>などに分かりやすい説明がある。(図1) は  $m_0=4$  の場合に初期状態として用意されるグラフの例である。4つのノードとそのノード同士をつなぐ6本 (有向グラフと考える場合は12本) のリンクを持つグラフ (ネットワーク) である。そしてそ



(図1) 核となる完全グラフの例 ( $m_0=4$  のケース)

\*人間健康学部 健康栄養学科

の核となるグラフに次々に新しいノードを追加する。新規ノードは  $m$  個の既存ノードと接続させる。(図2) は  $m=2$  で核となるグラフに最初の新規ノードが追加された例図である。白丸が新規追加ノード、点線が新たに追加された枝(リンク)である。 $m_0, m$  の2つのパラメータを変え、いろいろなネットワークを生成する。



(図2) 新規ノード追加の例 ( $m=2$  のケース)

2011年度研究紀要<sup>(1)</sup> でコミュニティ抽出を行ったネットワークは、 $m_0=0$ 、 $m=1$  のBAモデルである。初期の核となるネットワークがなく、新規追加ノード1つに対してリンクも1本しか増加しない最も簡単なBAモデルである。最大媒介中心性指数を持つリンクを次々に削除しつつ  $Q$  値(モジュラリティ)の変化を見ると、 $Q$  値に突出した最大値ピークは無かった。最大  $Q$  値を示す前後のステップを選択しコミュニティ抽出して、見た目にもリンクの交錯の少ないすっきりとしたネットワーク表示を簡単に実現することができた。

今回は、 $m_0>0$ 、 $m>1$  の一般的なBAモデルでのコミュニティ抽出を実行してみた。まず  $m_0>0$  を実現するBAモデル artisoc シミュレーションを作成した(シミュレーションA)。ま

た2011年度研究紀要<sup>(1)</sup> で作成した Girvan-Newman コミュニティ抽出シミュレーションに、全ノードを円内に配置し、同一コミュニティに属するノードを近くに、媒介中心性指数の高いものをより円の中心に表示する機能を追加した(シミュレーションB)。シミュレーションAで生成したノードとリンクの情報を csv ファイルに書き出しシミュレーションBに読み込ませ、コミュニティ抽出を実行し、さらに最終的にノードを円内に表示してコミュニティ抽出の効果を確認できる環境を整えた。

## 2. 改造 BA モデル artisoc シミュレーションの概要

2011年度研究紀要<sup>(1)</sup> で使用した『Barabasi-Albert モデル』artisoc シミュレーションを基に、シミュレーション開始前に頂点数  $m_0>0$  の完全グラフを核として生成する動作を追加した。初期状態として用意する核となるネットワークのノード情報とリンク情報は、それぞれ node エージェント、link エージェントに保持することにした。そのノード情報とリンク情報を、別々の csv ファイルとして用意する。これは Excel シート上で作成できる。そして、node エージェント、link エージェントに、それぞれノード情報とリンク情報の csv ファイルを読み込ませた。

(図3) は  $m_0=4$  の場合に初期値として用意するノード情報の例である。1 から4の IDNo を持つ4つのノードが初期に存在するノードを意味する。(図4) は同ケースで初期値として

	A	B	C	D	E	F	G	
1	ID	X	Y	Layer	Direction	IDNo	頂点ID	
2	0	0	0	0	0	1	1	
3	1	0	0	0	0	2	2	
4	2	0	0	0	0	3	3	
5	3	0	0	0	0	4	4	
6	4	0	0	0	0	0	0	
7	5	0	0	0	0	0	0	

(図3) BA モデル初期ノード情報の例 ( $m_0=4$  のケース)

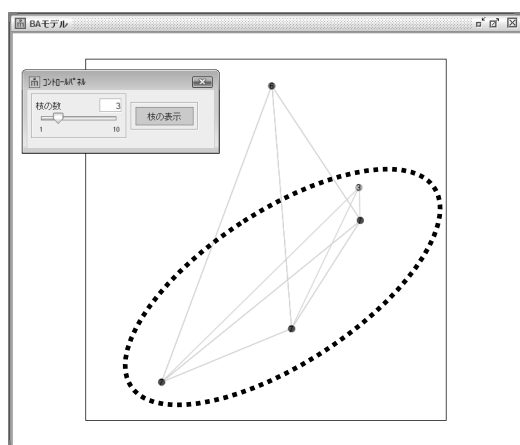
	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	ID	X	Y	Layer	Direction	FromNode	ToNode	IDNo	
2		0	0	0	0	0	1	2	0
3		1	0	0	0	0	2	1	1
4		2	0	0	0	0	2	3	2
5		3	0	0	0	0	3	2	3
6		4	0	0	0	0	3	4	4
7		5	0	0	0	0	4	3	5
8		6	0	0	0	0	1	4	6
9		7	0	0	0	0	4	1	7
10		8	0	0	0	0	1	3	8
11		9	0	0	0	0	3	1	9
12		10	0	0	0	0	2	4	10
13		11	0	0	0	0	4	2	11
14		12	0	0	0	0	0	0	12
15		13	0	0	0	0	0	0	13

(図4) BA モデル初期リンク情報の例 (m0=4のケース)

用意するリンク情報の例である。12本のリンクの情報である。

シミュレーションが起動されると、まず node エージェント・link エージェントデータを読み込み、その情報通りにノードとリンクを生成する。この初期のノードとリンクの生成部分のみ単純なノードとリンク生成である。この動作のみが改造して追加したものである。その後追加されるノードは、優先的選択により既存ノードとリンクされつつネットワークに追加されていく。

(図5)はシミュレーション起動後第1ステップ終了時点のグラフ表示例である。点線で囲まれた範囲にある4つのノードとそれらをつなぐリンクが最初に核として存在するネットワークである。そこに新規に1個のノードが追加され



(図5) BA モデル初期値の例 (m0=4、m=3)

ている。この例は m=3のモデルなので新規追加ノードから3本のリンクが出ている。

### 3. BA モデルのコミュニティ抽出結果

#### 3.1 m0=0、m=1 BA モデルコミュニティ抽出結果

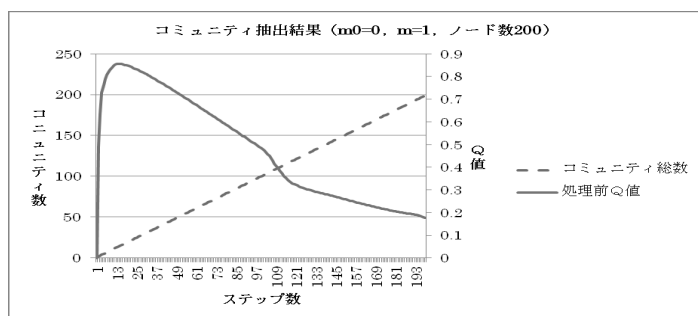
比較のためにノード数200のBA モデルネットワークを生成し、コミュニティ抽出を実行した。

全ノード数200、リンク数398、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約5分、199ステップで完了。コミュニティ数とQ値の変化は(図6)に示す。

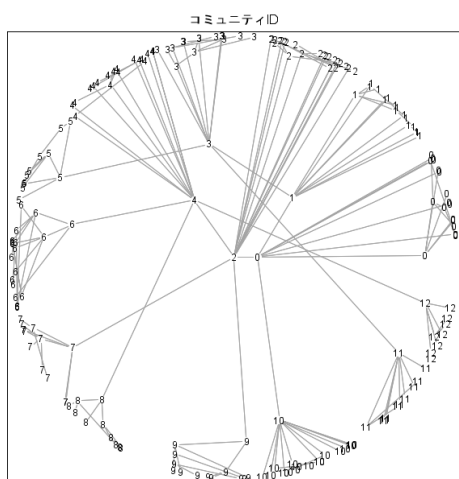
処理前Q値最大値は=0.855143で、13ステップ目、コミュニティ総数は13であった。

処理前Q値が最大値を示す1つ前の12ステップ終了時点でのコミュニティ抽出結果を(図7)(図8)に示す。(図7)は各ノードのコミュニティIDを、(図8)は各ノードのIDNoを表示する。IDNoは1から始まる数値を持つ。数値が小さいほど早く追加されたノードである。またこの図では同一コミュニティに属するリンクのみ表示するようにしている。

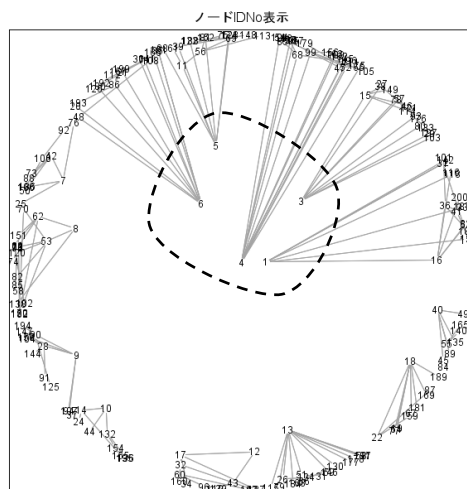
点線で囲んで示した初期に追加されたIDno 1、3、4、5、6の5つのノードが媒介中心性指数が高く、ネットワークの核になっている。その5つのノードはそれぞれ別コミュニティに属し、コミュニティを代表するノードとなっている。しかしIDNo=2のノードの位置は(図8)



(図6) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=1$ )



(図7) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=1$ )

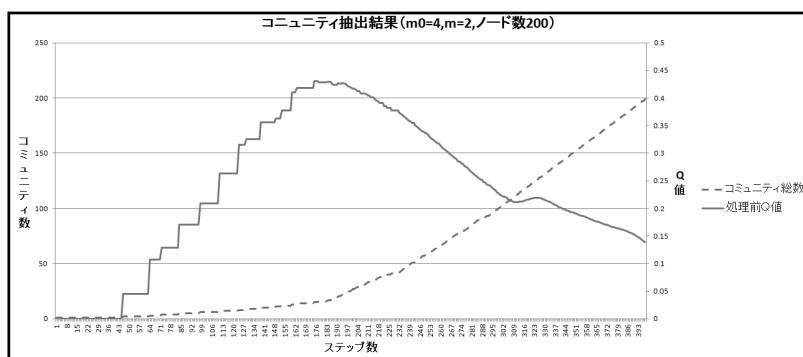


(図8) ノードIDNo表示図 ( $m_0=0$ ,  $m=1$ )

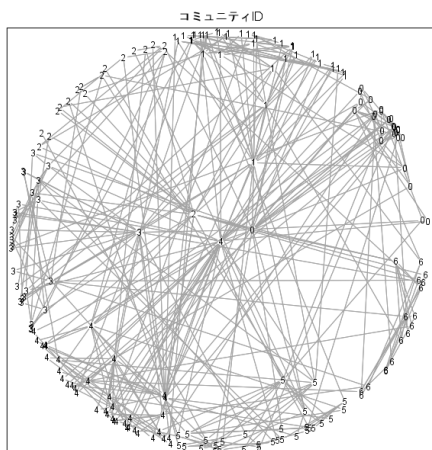
でははっきりしない。必ずしも早期に追加されたノードが中核ノードになるという保証は無いようだ。

### 3.2 $m_0=0$ , $m=2$ BAモデルコミュニティ抽出結果

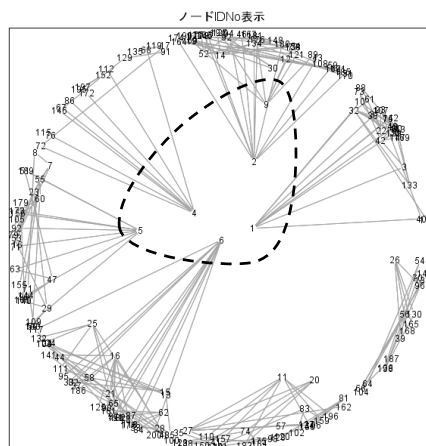
全ノード数200、リンク数794、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約20分、397ステップで完了。コミュニティ



(図9) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=2$ )



(図10) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=2$ )



(図11) ノード IDNo 表示図 (ノード IDNo 表示図 ( $m_0=0$ ,  $m=2$ ))

数と Q 値の変化は (図 9) に示す。

処理前 Q 値最大値は  $=0.489328$ 、145 ステップ目、コミュニティ総数  $=7$  であった。

処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の 144 ステップ終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図10)、(図11) に示す。

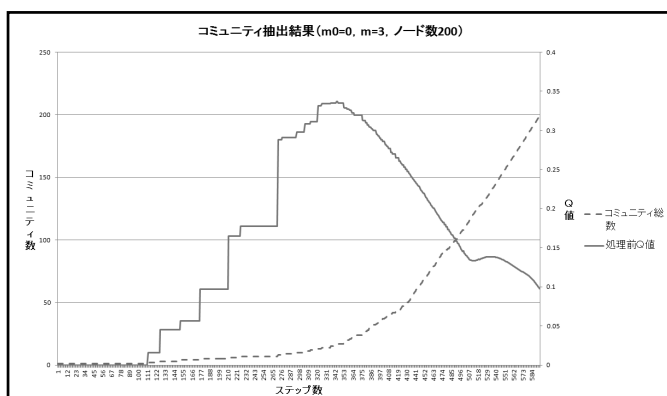
点線で囲んで示した初期に追加された IDno が 1、2、4、5、6、9 の 6 つのノードが媒介中心性指数が高く、ネットワークの核になっている。IDNo が 2 と 9 のノードは同一コミュニティに属している。

### 3.3 $m_0=0$ , $m=3$ BA モデルコミュニティ抽出結果

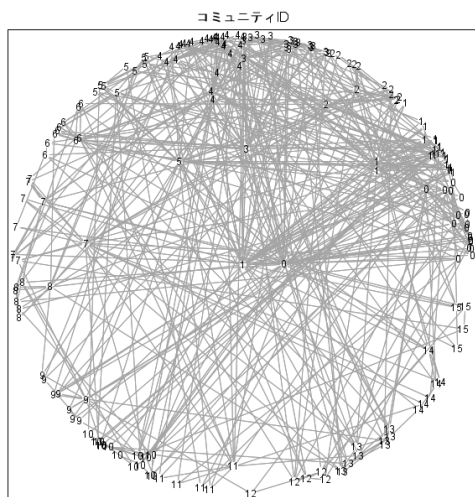
全ノード数 200、リンク数 1188、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約 40 分、594 ステップで完了。コミュニティ数と Q 値の変化は (図12) に示す。

処理前 Q 値最大値は  $=0.336749$ 、344 ステップ目、コミュニティ総数  $=16$  であった。

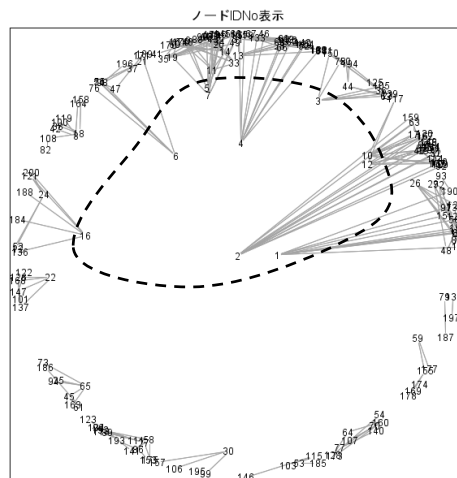
処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の 343 ステップ終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図13)、(図14) に示す。点線で囲んで示した初期に追加された IDno が 1、2、3、4、5、6、10、12、16 の 9 つほどのノードが媒介中心性指



(図12) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=3$ )



(図13) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=3$ )



(図14) ノード IDNo 表示図 ( $m_0=0$ ,  $m=3$ )

数が高く、ネットワークの核になっている。IDNo が 2、10、12 のノードは同一コミュニティに属していることが分かる。

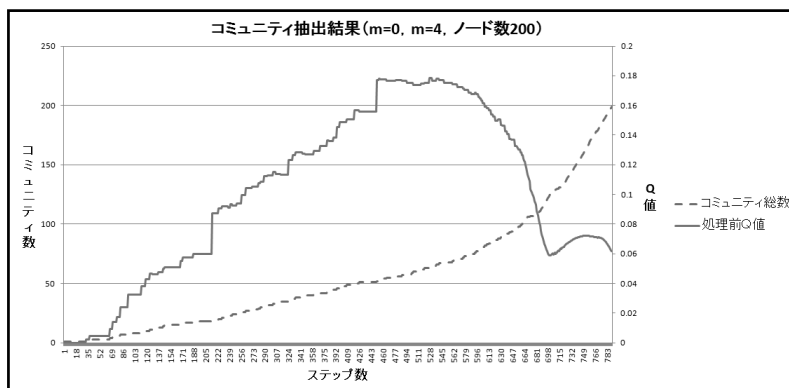
### 3.4 $m_0=0$ , $m=4$ BA モデルコミュニティ抽出結果

全ノード数200、リンク数1580、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約 1 時間、790ステップで完了。コミュニティ数と Q 値の変化は (図15) に示す。処理前 Q 値最大値は  $=0.178536292$ 、527ステップ目、コミュニティ総数=64であった。

処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の526ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図16)、(図17) に示す。点線で囲んで示いくつかのノードが媒介中心性指数が高く、ネットワークの核になっているが、全て同一コミュニティに属している。

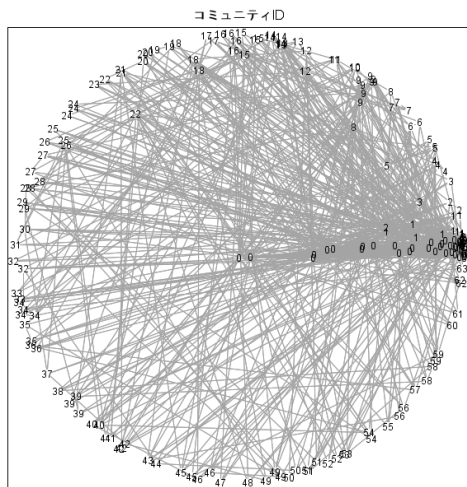
### 3.5 $m_0=4$ , $m=1$ BA モデルコミュニティ抽出結果

全ノード数200、リンク数416、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約 3 分、202ステップで完了。コミュニティ

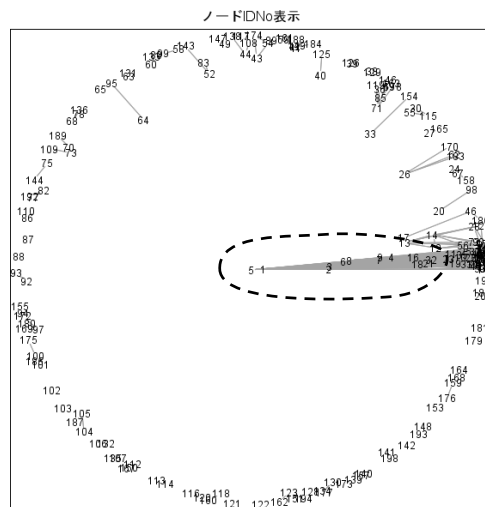


(図15) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=4$ )

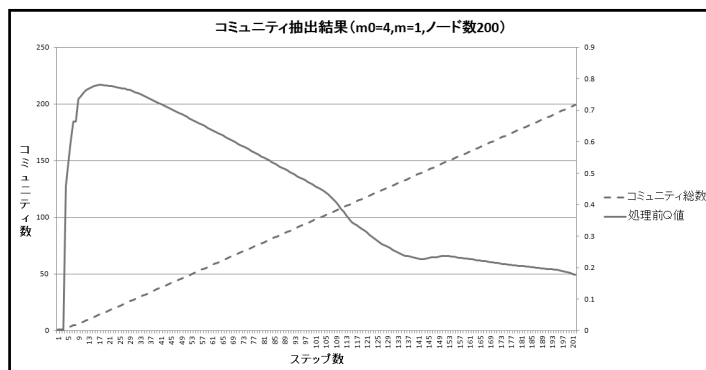




(図16) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=0$ ,  $m=4$ )



(図17) ノード IDNo 表示図 ( $m_0=0$ ,  $m=4$ )



(図18) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=4$ ,  $m=1$ )

数と Q 値の変化は (図18) に示す。

処理前 Q 値最大値は  $=0.77999$ 、17ステップ目、コミュニティ総数  $=14$ であった。

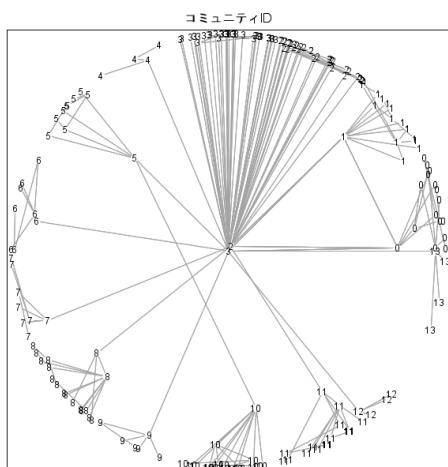
処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の 16 ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図19)、(図20) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1、2、3、4 の初期に用意した完全グラフの 4 つのノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。また 4 つのノードはそれぞれ別コミュニティに属している。

### 3.6 $m_0=4$ , $m=2$ BA モデルコミュニティ抽出結果

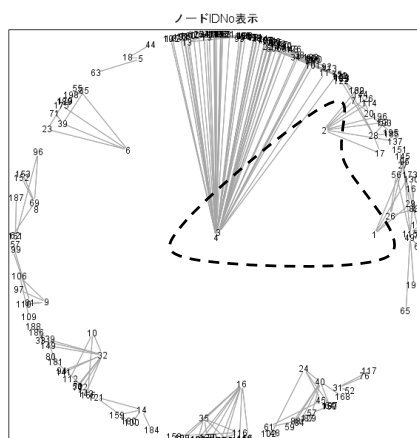
全ノード数 200、リンク数 808、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約 19 分、398 ステップで完了。コミュニティ数と Q 値の変化は (図21) に示す。

処理前 Q 値最大値は  $=0.430647$ 、175 ステップ目、コミュニティ総数  $=15$ であった。

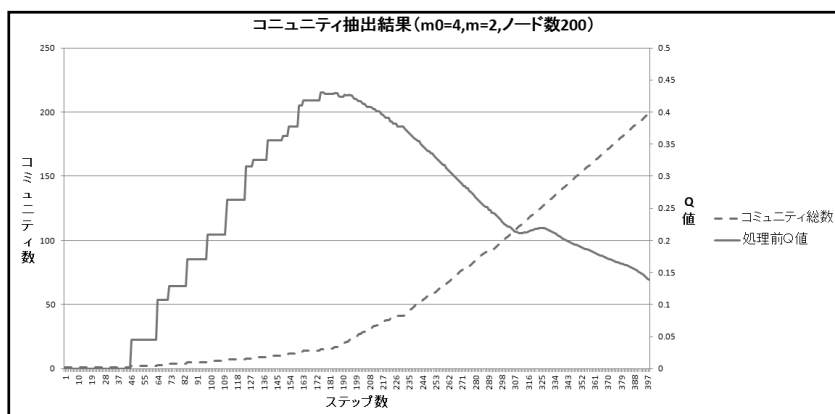
処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の 174 ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図22)、(図23) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1、2、3、4 の初期に用意した完全グラフの 4 つのノードは確かに媒介中心性指数



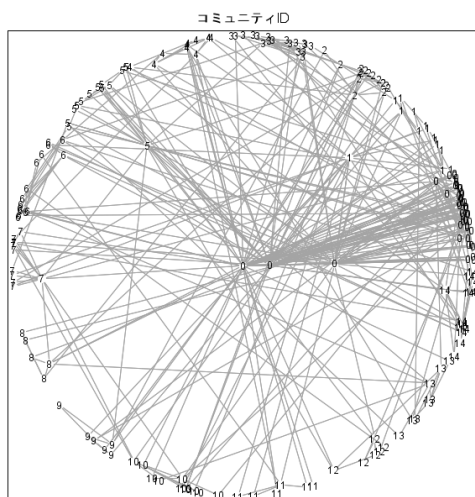
(図19) コミュニティ抽出結果 (m0=4, m=1)



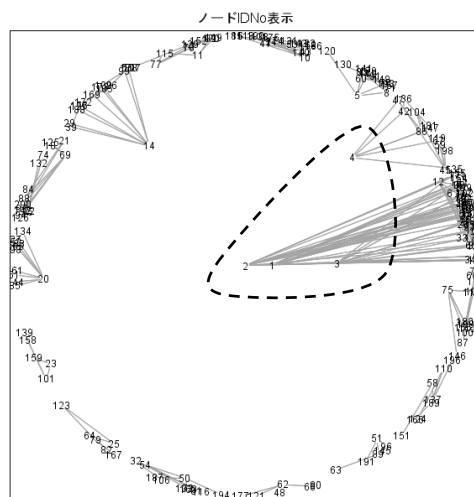
(図20) ノード IDNo 表示図 (m0=4, m=1)



(図21) コミュニティ抽出結果 (m0=4, m=2)



(図22) コミュニティ抽出結果 (m0=4, m=2)



(図23) ノード IDNo 表示図 (m0=4, m=2)



が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかし IDno が 1、2、3 の 3 つのノードは同一コミュニティに属している。

### 3.7 m0=4、m=3 BA モデルコミュニティ抽出結果

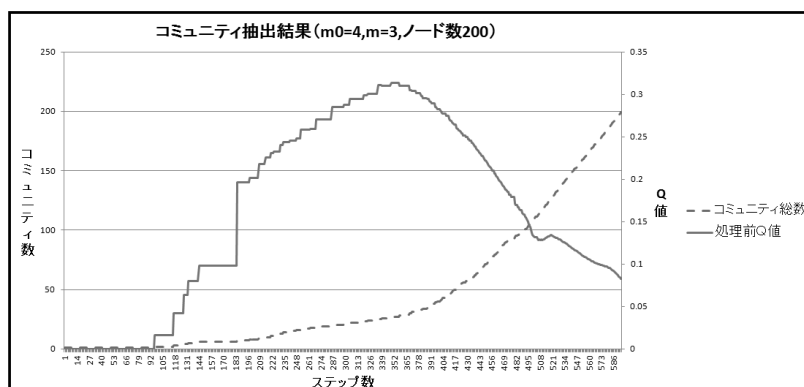
全ノード数200、リンク数1200、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約42分、594ステップで完了。コミュニティ数と Q 値の変化は (図24) に示す。

処理前 Q 値最大値は=0.3137、349ステップ目、コミュニティ総数=27であった。

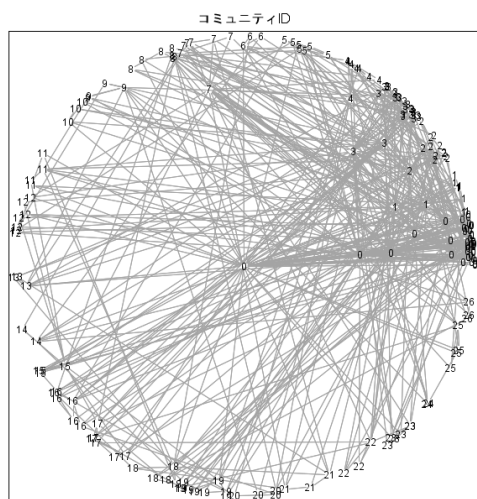
処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の348ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図25)、(図26) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1、2、3、4 の初期に用意した完全グラフの 4 つのノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかし IDno が 1、3、4 の 3 つのノードは同一コミュニティに属している。

### 3.8 m0=8、m=1 BA モデルコミュニティ抽出結果

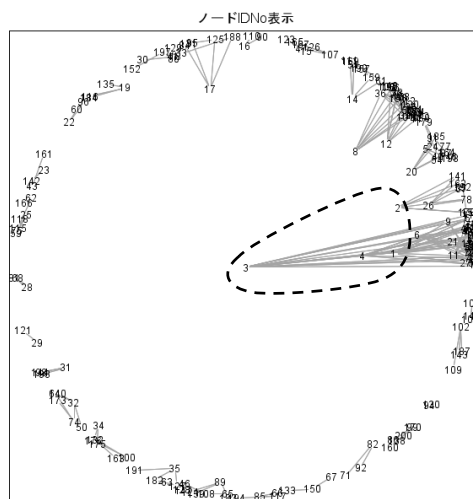
全ノード数200、リンク数496、コミュニティ



(図24) コミュニティ抽出結果 (m0=4、m=3)



(図25) コミュニティ抽出結果 (m0=4、m=3)



(図26) ノード IDno 表示図 (m0=4、m=3)

抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約8分、220ステップで完了。コミュニティ数とQ値の変化は(図27)に示す。

処理前Q値最大値は=0.642828、30ステップ目、コミュニティ総数=9であった。

処理前Q値が最大値を示す1つ前の29ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を(図28)、(図29)に示す。点線で囲んで示したIDnoが1～8の初期に用意した完全グラフの8つのノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかもそれらのノードは別々のコミュニ

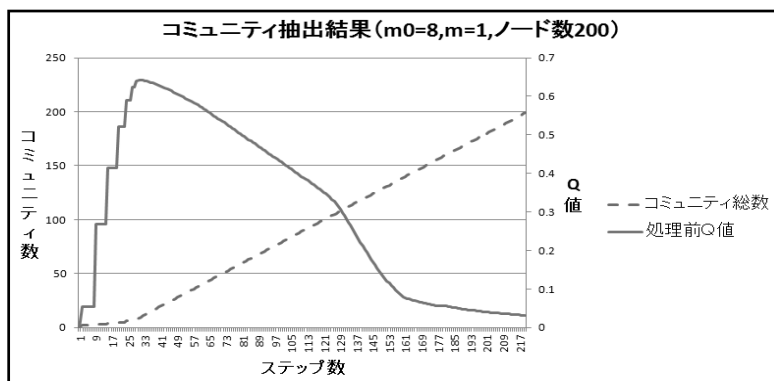
ティに属している。

### 3.9 $m_0=8$ 、 $m=2$ BAモデルコミュニティ抽出結果

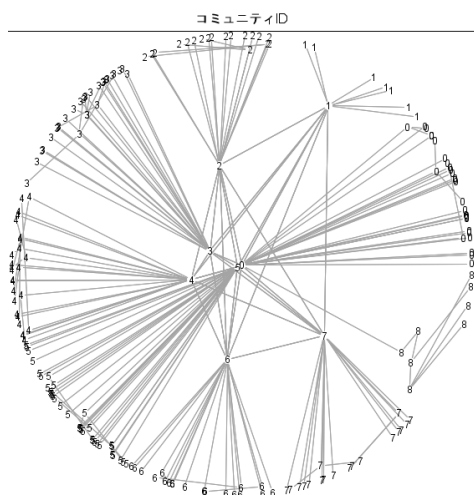
全ノード数200、リンク数880、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約23分、412ステップで完了。コミュニティ数とQ値の変化は(図30)に示す。

処理前Q値最大値は=0.39671、195ステップ目、コミュニティ総数=16であった。

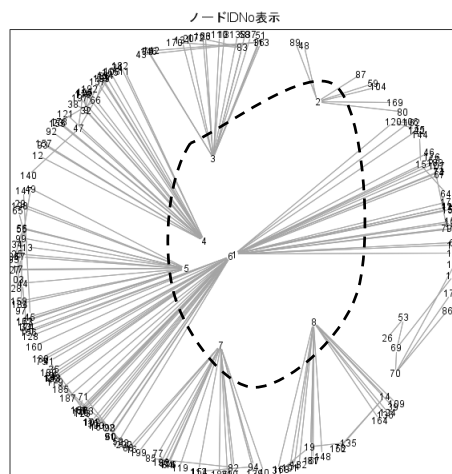
処理前Q値が最大値を示す1つ前の194ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を



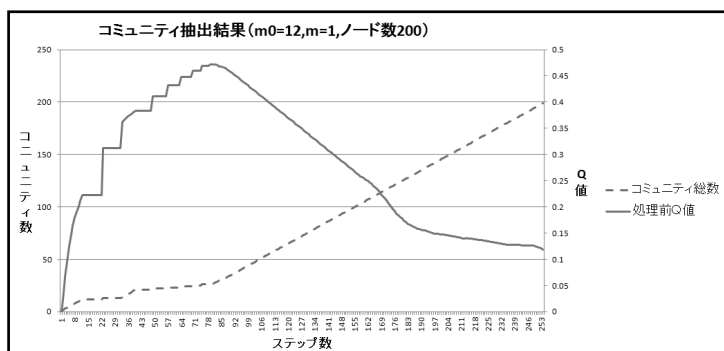
(図27) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=8$ 、 $m=1$ )



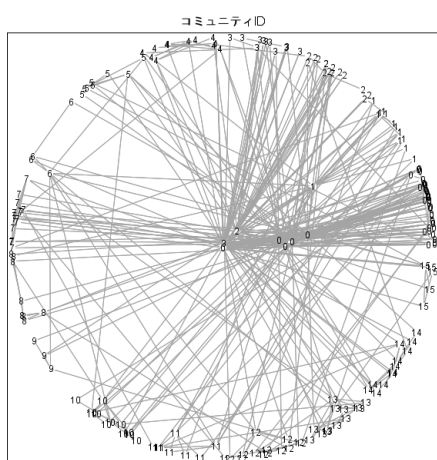
(図28) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=8$ 、 $m=1$ )



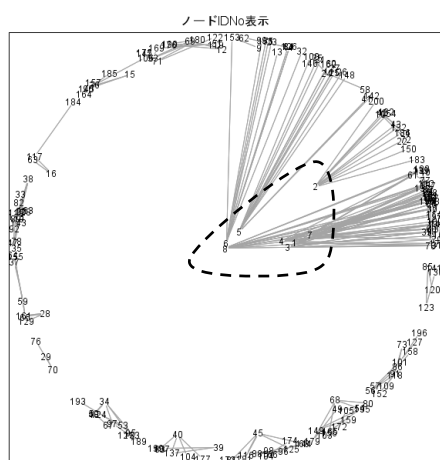
(図29) ノードIDNo表示図 ( $m_0=8$ 、 $m=1$ )



(図30) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=8$ 、 $m=2$ )



(図31) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=8$ 、 $m=2$ )



(図32) ノード IDNo 表示図 ( $m_0=8$ 、 $m=2$ )

(図31)、(図32) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1 ～ 8 の初期に用意した完全グラフの 8 つのノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかし IDno が 1、3、4、7、8 の 4 つのノードは同一コミュニティに属している。

### 3.10 $m_0=8$ 、 $m=3$ BA モデルコミュニティ抽出結果

全ノード数200、リンク数1264、コミュニティ抽出シミュレーションで全リンクが抹消されるまで約48分、604ステップで完了。コミュニティ数と Q 値の変化は (図33) に示す。

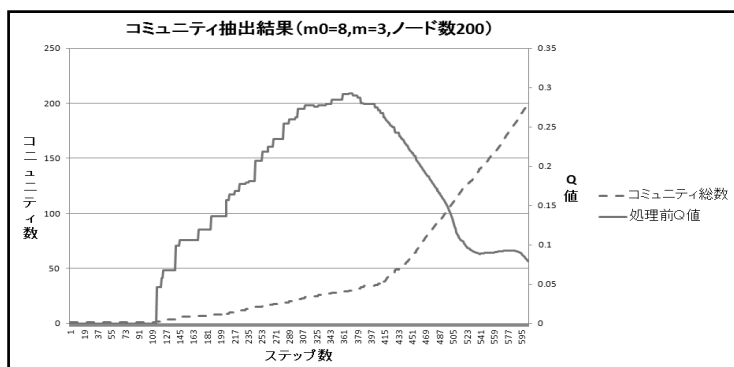
処理前 Q 値最大値は  $=0.292325$ 、368ステッ

プ目、コミュニティ総数=30であった。

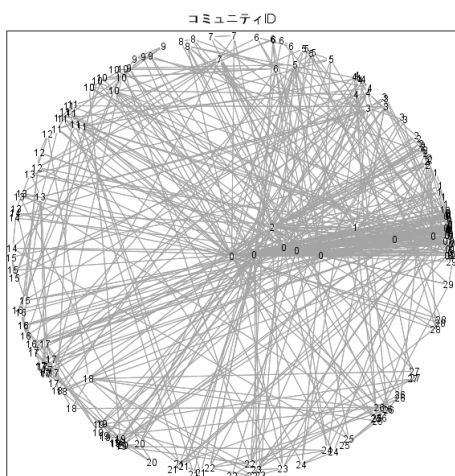
処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の367ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図34)、(図35) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1 ～ 8 の初期に用意した完全グラフの 8 つのノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかし IDno が 1、2、3、4、5、6、8 の 7 つのノードは同じコミュニティに属している。

### 3.11 $m_0=12$ 、 $m=1$ BA モデルコミュニティ抽出結果

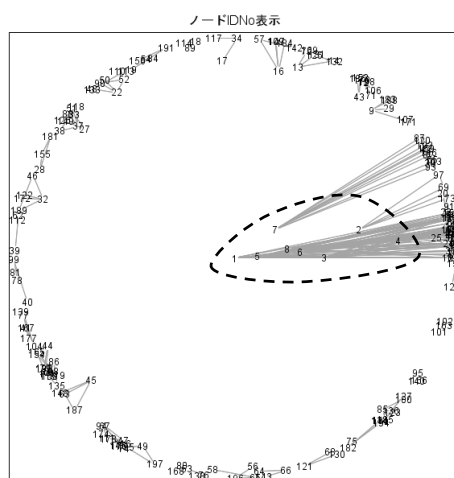
全ノード数200、リンク数640、コミュニティ



(図33) コミュニティ抽出結果 (m0=8、m=3)



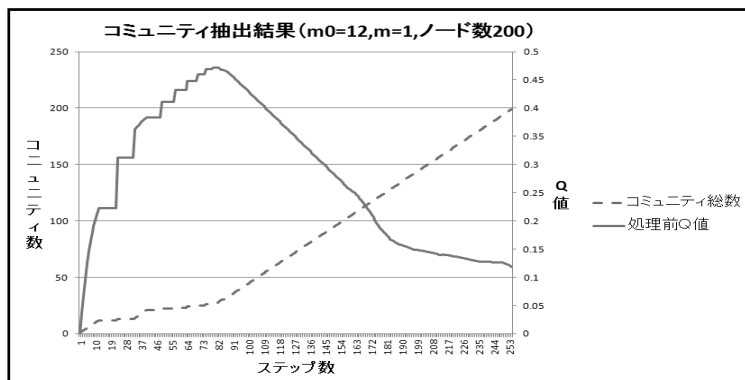
(図34) コミュニティ抽出結果 (m0=8、m=3)



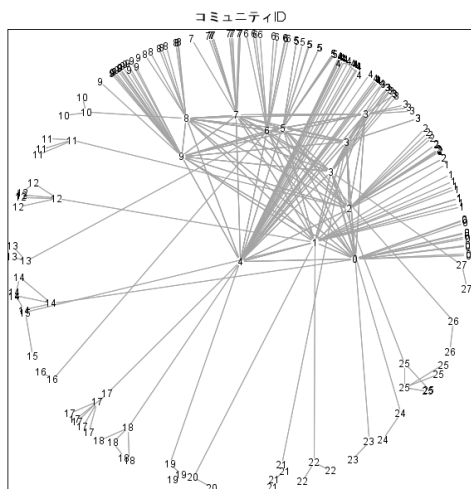
(図35) ノードIDNo表示図 (m0=8、m=3)

抽出シミュレーションで全リンクが抹消される  
まで約7分、254ステップで完了。コミュニティ

数とQ値の変化は(図36)に示す。  
処理前Q値最大値は=0.472227、82ステップ



(図36) コミュニティ抽出結果 (m0=12、m=1)



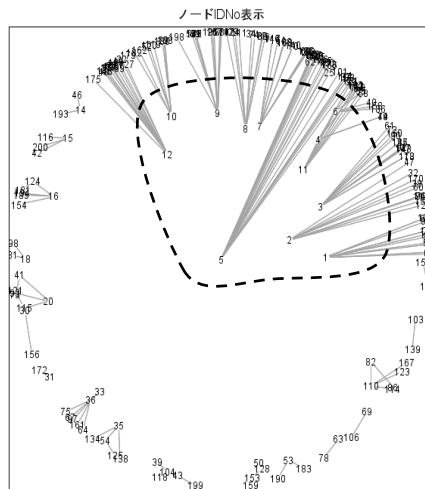
(図37) コミュニティ抽出結果 ( $m_0=12$ ,  $m=1$ )

目、コミュニティ総数=28であった。

処理前 Q 値が最大値を示す 1 つ前の 81 ステップ目終了時点でのコミュニティ抽出結果を (図37)、(図38) に示す。点線で囲んで示した IDno が 1 ~12 の初期に用意した完全グラフの 12 のノードは確かに媒介中心性指数が高く、ネットワークの核となっていることが確認できる。しかし IDno が 4、6、11 の 3 つのノードは同一コミュニティに属している。

#### 4. 結び

今回は、 $m_0 \geq 0$ 、 $m \geq 1$  のより一般的な BA モデル (Barabasi-Albert モデル) のネットワー



(図38) ノード IDNo 表示図 ( $m_0=12$ ,  $m=1$ )

クを使い、artisoc で作成した Girvan-Newman コミュニティ抽出シミュレーションでコミュニティ抽出を実行してみた。11種類の BA モデルネットワークを生成して使用した。全てノード数が 200 個のネットワークである。

結果をまとめたものが (表 1) である。

コミュニティ抽出計算時間は、各ステップで Q 値 (モジュラリティ) を計算し媒介中心性指数最大の辺 (リンク) を 1 つずつ (有向グラフなら双方向の 2 本ずつ) 削除し、全てのリンクが消えるまでの全ステップの総処理時間である。研究室のパソコンでの処理時間である。当然リンク数が増えるに従って時間が長くなる。 $m =$

(表 1) コミュニティ抽出結果

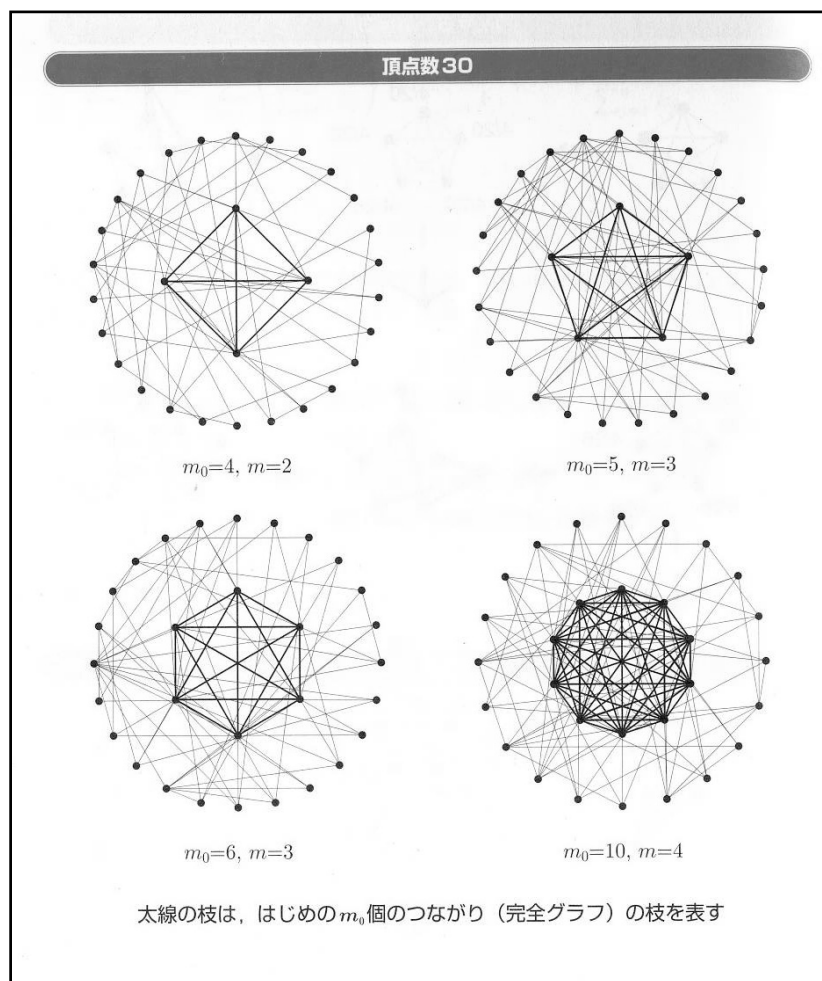
$m_0$	$m$	ノード数	リンク数	Q 値最大値	Q 値最大処理を示す処理ステップ	Q 値最大時のコミュニティ数	コミュニティ抽出計算時間
0	1	200	398	0.855143	13	13	約 5 分
0	2	200	794	0.489328	145	7	約 20 分
0	3	200	1188	0.336749	344	16	約 40 分
0	4	200	1580	0.178536292	527	64	約 1 時間
4	1	200	416	0.77999	17	14	約 3 分
4	2	200	808	0.430647	175	15	約 19 分
4	3	200	1200	0.3137	349	27	約 42 分
8	1	200	496	0.642828	30	9	約 8 分
8	2	200	880	0.39671	195	16	約 23 分
8	3	200	1264	0.292325	368	30	約 48 分
12	1	200	640	0.472227	82	28	約 7 分

1 では別コミュニティに属するノード間のリンクの少ない、見た目でもリンクの交錯が少ないコミュニティ抽出が可能であるが、 $m > 1$  では上手くいかない。コミュニティの配置(並び順)次第で、よりリンクの交錯が少ない表示が可能なケースもあるかもしれない。例えば互いにコミュニティ間のリンクが多いコミュニティ同士は隣り合わせに配置するなどの表示方法が可能ならば、少しはリンクの交錯が減らせるであろう。

$m_0 > 1$  モデルでは最初に用意した核となる完全グラフのノードが媒介中心性指数が高く、

ネットワークの中核になっている。しかし、個々のノードは必ずしも別々のコミュニティに所属しているわけでもない。 $m$ が大きくなるに従い、核となるノード同士が同一コミュニティに属する傾向が高まる。

(図39) は「よくわかる複雑ネットワーク」<sup>(6)</sup>の BA モデルの説明図であるが、初期状態に用意する核となる完全グラフを円の中心に正多角形として配置している。この図からは核となるノードがそれぞれ別コミュニティに属し、そのコミュニティを代表するノードとなるイメージがあるが、実際にコミュニティ抽出を実行し、



(図39)  $m_0 > 1$  BA モデル表示例<sup>(6)</sup>



各ノードの媒介中心性指数を計算し、コミュニティごとにまとめて配置するグラフ表示させてみると、すなわち（図39）のような表示にはならないことが分かる。（図39）は核となるノードを特別に正多角形配置で表示し、その他のノードは円周上に等間隔に配置させたものであろう。

$m_0=0$  のモデルでも、初期に生成したノードがネットワークの中核になる傾向はある。しかし、生成順では後のノードが中核ノードになっているにも関わらず、それよりも前に生成されたノードが中核となっていないケースもある。中核となるノードの数も不確定である。 $m_0>0$  モデルの場合には確実に最初に用意した完全グラフのノードがネットワークの中核になっている。ただし  $m_0$  が大きくなるにしたがって、中核ノードが同一コミュニティに集中する傾向が高くなる。きれいに核となるノードが別々のコミュニティを代表するノードにすることは不可能である。 $m_0=0$  モデルと  $m_0>1$  のモデルには些少であるが違いが認められた。

およそ総リンク数2000程度のネットワークなら、自前の Girvan-Newman コミュニティ抽出 artisoc シミュレーションでも昨今の一般的なパソコン環境で1時間程度で計算が可能であった。Q 値が最大のステップを探すなら最後のステップまで（全てのリンクが消えるまで）計算を続ける必要はないので、もう少しリンクの多いネットワークでも使えるだろう。しかしやはり数千、万というリンク数レベルのネットワークではもっと高速のコミュニティ抽出アルゴリズムに則ったシミュレーションを使う必要がある。

#### [参考文献・出典]

- 1) 末木俊之 (2011) Artisoc で作成する Girvan-Newman コミュニティ抽出シミュレーション

- ン、駒沢女子大学研究紀要、p. 279-293
- 2) 山影進 (2007) 人工社会構築指南 artisoc によるマルチエージェント・シミュレーション入門、有限会社書籍工房早山、東京
- 3) <http://mas.kke.co.jp/index.php>、MAS コミュニティトップホームページ
- 4) 末木俊之 (2010) Artisoc による媒介中心性指数計算とネットワーク表示について、駒沢女子大学研究紀要、p. 375-394
- 5) 今野紀雄・町田拓也著 (2008) よくわかる複雑ネットワーク、秀和システム、東京
- 6) 今野紀雄・町田拓也著 (2008) よくわかる複雑ネットワーク、p. 174、秀和システム、東京